

NIVEAU :	ÉCOLE - COURS PRÉPARATOIRE
DISCIPLINE :	MATHÉMATIQUES
CHAMP :	CONNAISSANCE DES NOMBRES, CALCUL
COMPÉTENCE :	Trouver le cardinal de différentes collections
MOTS CLÉS :	Cardinal ; Comptage ; CP ; Dénombrement

1. PRÉSENTATION

L'objectif de cette activité est de vérifier si l'enfant est capable d'effectuer un comptage efficace permettant d'établir le cardinal de différentes collections à dénombrer. Il est donc demandé à l'élève :

- d'égrener la suite des nombres ;
- de faire correspondre à chaque terme de la chaîne numérique un objet décompté ;
- d'attribuer la dernière étiquette verbale au cardinal de la collection.

Il s'agit pour l'enfant de dénombrer des collections de points disposés sur des cartes. On procédera en deux étapes successives. Dans la première partie de l'exercice (items A et B), on procédera à une activité de dénombrement (sans suggérer à l'enfant de pointer chaque jeton), on observera alors la manière dont l'enfant respecte le principe de cardinalité (le dernier terme énoncé correspond au cardinal de la collection évaluée). Dans la deuxième partie de l'exercice (items C, D et E), on incitera l'enfant à exercer un pointage des différents éléments. C'est ce pointage qui sera alors l'objet de l'observation de l'enseignant.

2. CONSIGNES DE PASSATION

Passation individuelle.

a) Dénombrement.

Items A et B - Dire :

« Je vais te montrer des cartes, et toi, tu vas me dire combien il y a de ronds sur ces cartes. »

Montrer l'item A, page de 12 ronds disposés de manière linéaire.

Montrer l'item B, page de 7 ronds disposés de manière aléatoire.

b) Dénombrement avec pointage explicite.

Items C et D - Dire pour chacun :

« Maintenant, je vais te montrer d'autres cartes et tu vas encore me dire combien il y a de ronds sur ces cartes mais cette fois, il faut compter à voix haute tous les ronds en les touchant du doigt. »

Montrer l'item C, carte de 13 ronds alignés.

Montrer l'item D, carte de 8 ronds disposés de manière aléatoire.

Item E. Montrer l'item E, carte avec 5 ronds parmi 8 carrés. Dire :

« Maintenant, sur cette feuille, il y a des ronds et des carrés. Tu vas me dire combien il y a de ronds. »

3. ÉLÉMENTS D'OBSERVATION DES PRODUCTIONS

Item A : dénombrement de 12 ronds disposés de manière linéaire

- **Code 1** - Réponse correcte avec dénombrement apparent.
- **Code 2** - Réponse correcte sans dénombrement apparent.
- **Code 7** - L'enfant énonce un nombre incorrect sans dénombrement apparent (noter ce nombre).
- **Code 8** - L'enfant répond par une suite numérique (par exemple : 5, 6, 7).
- **Code 9** - Autres cas (noter la réponse).
- **Code 0** - Absence de réponse.

Item B : dénombrement de 7 ronds disposés de manière aléatoire

- **Code 1** - Réponse correcte avec dénombrement apparent.
- **Code 2** - Réponse correcte sans dénombrement apparent.
- **Code 7** - L'enfant énonce un nombre incorrect sans dénombrement apparent (noter ce nombre).
- **Code 8** - L'enfant répond par une suite numérique (par exemple : 4, 5, 6).
- **Code 9** - Autres cas (noter la réponse).
- **Code 0** - Absence de réponse.

Item C : dénombrement (avec pointage explicite) de 13 ronds alignés

- **Code 1** - Pointage de chaque élément en correspondance terme à terme correct (avec suite conventionnelle).
- **Code 2** - Pointage de chaque élément en correspondance terme à terme correctement réalisée (chaque pointage correspond à l'énonciation d'un nombre) mais avec une suite non-conventionnelle.
- **Code 7** - Un ou plusieurs éléments sont comptés plusieurs fois au cours du pointage ou bien un ou plusieurs éléments sont oubliés au cours du pointage.
- **Code 8** - Les éléments sont pointés sans coordination avec la comptine.
- **Code 9** - Autres cas.
- **Code 0** - Absence de réponse.

Item D : dénombrement (avec pointage explicite) de 8 ronds disposés de manière aléatoire

- **Code 1** - Pointage de chaque élément en correspondance terme à terme correct (avec suite conventionnelle).
- **Code 2** - Pointage de chaque élément en correspondance terme à terme correctement réalisé (chaque pointage correspond à l'énonciation d'un nombre), mais avec une suite non-conventionnelle.
- **Code 7** - Un ou plusieurs éléments sont comptés plusieurs fois au cours du pointage ou bien un ou plusieurs éléments sont oubliés au cours du pointage.
- **Code 8** - Les éléments sont pointés sans coordination avec la comptine.
- **Code 9** - Autres cas.
- **Code 0** - Absence de réponse.

Item E : dénombrement de 5 ronds parmi 8 carrés

- **Code 1** - Réponse correcte.
- **Code 7** - La totalité des éléments (ronds et carrés) ont été dénombrés (avec ou sans erreur).
- **Code 8** - Les carrés ont été dénombrés (avec ou sans erreur).
- **Code 9** - Autre réponse.
- **Code 0** - Absence de réponse.

4. RÉSULTATS DE LA VALIDATION

Cours préparatoire

Items A et B. Dénombrement (12 ronds, disposition linéaire et 7 ronds, disposition aléatoire) :

En mars, les résultats des élèves à ces deux activités sont élevés et très proches (88 % et 94 % de réussite dans chacun des cas). En juin, on note une forte progression des taux de réussite pour les réponses avec dénombrement apparent (+15 %) et une baisse du taux de réussite (de moitié) pour les réponses sans dénombrement apparent (respectivement de 24 à 12 % et de 26 à 14 %).

Items C, D, E. Dénombrement avec pointage explicite :

Pour les trois exercices (pointage de 13 ronds, pointage de 8 ronds et dénombrement de 5 ronds parmi 8 carrés), le pourcentage de réponses correctes en mars est de 96 %. En juin, l'obligation de pointage améliore les taux de réussite (> 95% pour les deux items C et D) ; le dénombrement de 5 ronds parmi 8 carrés est largement réussi (97% des élèves pour l'item E).

Fréquences par code selon le niveau et la date de passation

12 ronds disposés linéaire	CP		
	Octobre	Mars	Juin
Code 1		64, 5	80, 5
Code 2		24, 4	12, 4
Code 7		7, 5	3, 7
Code 8		0, 4	0, 0
Code 9		3, 2	3, 3
Code 0		0, 0	0, 2

7 ronds disposés aléatoire	CP		
	Octobre	Mars	Juin
Code 1		67, 5	81, 0
Code 2		26, 5	13, 9
Code 7		3, 9	2, 8
Code 8		0, 7	0, 2
Code 9		1, 4	1, 5
Code 0		0, 0	0, 6

13 ronds alignés	CP		
	Octobre	Mars	Juin
Code 1		96, 3	96, 1
Code 2		0, 0	1, 9
Code 7		3, 0	1, 6
Code 9		0, 4	0, 1
Code 0		0, 2	0, 2

8 ronds disposés aléatoire	CP		
	Octobre	Mars	Juin
Code 1		95, 6	97, 7
Code 2		0, 3	0, 2
Code 7		2, 7	0, 9
Code 9		1, 4	0, 9
Code 0		0, 0	0, 2

5 ronds parmi 8 carrés	CP		
	Octobre	Mars	Juin
Code 1		96, 1	97, 1
Code 7		2, 2	1, 1
Code 8		0, 0	0, 0
Code 9		1, 7	1, 6
Code 0		0, 0	0, 2

5. SUGGESTIONS PÉDAGOGIQUES

5.1. Introduction

Pendant les années que l'enfant passe à l'école maternelle, les activités liées à la vie de la classe et à la pratique des jeux lui fournissent de multiples occasions d'identifier certaines propriétés des objets et de les sélectionner pour comparer, classer ou ranger.

Très tôt il distingue des quantités. Toutefois, lorsqu'il apprend à parler, même s'il utilise des noms de nombres, ces derniers ne sont pas nécessairement liés à l'idée de quantité et l'activité de dénombrement peut rester longtemps difficile. À l'école maternelle, on ne cherche pas à définir la notion de nombre. L'objectif est de s'approprier les nombres, de leur donner du sens à travers leur utilisation dans des problèmes articulés avec des jeux, des situations vécues.

L'enfant peut être par ailleurs confronté à des problèmes portant sur des quantités sans qu'il soit encore capable de les résoudre en utilisant des dénombrements. Pour des tâches de comparaison, d'égalisation, de distribution, de partage, il a recours à l'estimation perceptive et globale de ces quantités (plus, moins, pareil, autant, beaucoup, pas beaucoup), plus tard à la correspondance terme à terme ou à la quantification. Il faut cependant garder à l'esprit, en particulier avec les plus jeunes, que l'apparence des collections domine souvent la prise en compte des quantités.

L'enfant est également confronté à des problèmes où les nombres peuvent être utilisés pour anticiper le résultat d'une action sur des quantités (augmentation, diminution, partage) ou sur des positions (déplacements en avant ou en arrière). La résolution des problèmes rencontrés ne nécessite pas le recours au formalisme mathématique (+, -, =). Celui-ci sera introduit à l'école élémentaire.

Ce sont ces compétences relatives aux quantités et aux nombres qui font l'objet de ces premières propositions d'évaluation en GS et au CP.

5.2. Activités proposées

Ce domaine de compétences ne passe pas obligatoirement par des activités systématiques. Progressivement, dans les diverses occasions offertes par la vie de la classe, dans les jeux et les situations organisés par le maître, l'enfant est conduit à des classements, des rangements, des dénombrements, autant d'activités qui lui permettent d'approcher les quantités et les nombres.

Des situations spécifiques sont également proposées, toujours en lien avec la vie de la classe, avec un projet, permettant d'aborder plus précisément certaines compétences, mais c'est toujours par l'action, la manipulation et la recherche que l'enfant guidé par l'enseignant découvre peu à peu des notions nouvelles. Tout au long de cette démarche, la verbalisation est un vecteur essentiel de l'apprentissage.

5.2.1. Connaître et mémoriser la suite numérique

A l'oral

La connaissance de la chaîne numérique parlée constitue un préalable à la mise en œuvre des activités de comptage. L'apprentissage s'effectue d'abord à l'oral. Les nombres sont essentiellement « dits » même si une première correspondance est établie avec leur écriture chiffrée, par exemple en utilisant une file numérique ou un calendrier, car l'écrit constitue un support visuel favorisant la mémorisation.

Ces activités doivent présenter un caractère ludique et s'inscrire prioritairement au quotidien.

- Utiliser la suite numérique chaque fois que l'occasion se présente dans les activités et les situations de classe : les présents, les absents, les filles, les garçons, les cases sur un jeu, les goûters, les bougies sur un gâteau d'anniversaire...
- S'entraîner à la dire pour elle-même, dans l'ordre, de façon stable et à la mémoriser.
- Apprendre des comptines numériques (exemples ci-dessous).
- Jouer avec les comptines numériques : utilisées régulièrement d'une manière ludique, elles permettent de s'entraîner à dire la suite numérique dans l'ordre mais aussi de façon plus inhabituelle (à partir de..., continuer la comptine commencée par quelqu'un, la dire à rebours...).

Parfois approximatives au niveau phonologique ces comptines doivent être distinguées de celles habituellement utilisées pour travailler sur les rimes.

Quelques exemples :

Un, deux, trois, c'est le petit roi

Un, deux, trois, c'est le petit roi
Quatre, cinq, six, du pays des lys
Sept, huit, neuf, à cheval sur un œuf
Dix, onze, douze, s'en va à Toulouse

La tour Eiffel a trois cents mètres

La Tour Eiffel a trois cents mètres
Du haut en bas on voit la Seine
Pour y monter il faut payer
Tous les millions qu'elle a coûté
Un euro, deux euros, trois euros....

1, 2, 3, je sais compter

1, 2, 3, je sais compter
Même avec mes doigts de pieds
Si je prends mes mains, je compterai jusqu'à 20
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 !

Un petit singe

Un petit singe
Comptait ses dents :
Vingt et une : la lune
Vingt-deux : le feu
Vingt-trois : le bois
Vingt-quatre : l'emplâtre
Vingt-cinq : c'est la fin
Des saucisses et du boudin

Un, deux, trois, dans sa hotte en bois

Un, deux, trois, dans sa hotte en bois
Quatre, cinq, six, tout plein de surprises
Sept, huit, neuf, des jouets tout neufs
Dix, onze, douze, du bonheur pour tous !

1, 2, 3, tout au fond des bois

3, 2, 1, un petit chemin
1, 2, 3, vous mène tout droit
3, 2, 1, chez le roi des nains
1, 2, 3, vous trouverez là
3, 2, 1, près d'un petit sapin
1, 2, 3, maisonnette en bois
3, 2, 1, couchée dans le thym

J'ai des trous à mes chaussettes

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,

J'ai des trous à mes chaussettes

1, 2, 3, 4, 5, 6,

J'ai mangé l'écrevisse

1, 2, 3, 4, 5,

J'ai vu un lapin

1, 2, 3, 4,

Amphithéâtre

1, 2, 3,

C'est le roi

1, 2,

Beaux yeux

1,

1 bonbon pour chacun

A l'écrit

Très rapidement l'écrit constitue un support visuel susceptible de favoriser la mémorisation des chiffres et des nombres. Les nombres présents dans la vie de l'enfant (âge, heure date, n° de la maison, de l'étage, du bus) sont autant d'occasions de le confronter à leur écriture.

Les calendriers favorisent également ce premier contact avec l'écriture de la suite numérique. Ils permettent ainsi la découverte écrite des nombres dans un contexte fonctionnel et la mise en mémoire de cette suite.

Le collage linéaire des feuillets d'un éphéméride, la frise des nombres proposée de façon permanente peuvent aussi favoriser l'imprégnation visuelle de la linéarité de la chaîne numérique.

5.2.2. Dénombrer

Il faut garder à l'esprit qu'**apprendre la suite orale des nombres ne suffit pas pour « apprendre à compter »**, même si cela constitue une des compétences nécessaires à la mise en place des procédures de comptage. La pratique du dénombrement nécessite aussi :

- une mise en correspondance des mots de la suite numérique avec les objets d'une collection ;
- la capacité de pointer la totalité des éléments sans oubli et sans compter deux fois le même objet ;
- la prise de conscience que le dernier mot prononcé désigne le nombre d'éléments de la collection et pas seulement le dernier objet pointé (principe de cardinalité), qu'une collection hétérogène est dénombrable (principe d'abstraction) et que le résultat du comptage ne dépend pas de l'ordre dans lequel les objets ont été comptés (principe d'ordre indifférent).

On saisira toutes les occasions de dénombrement qui se présentent en classe : toutes les situations où le nombre apparaît comme un besoin pour répondre à la question « combien ? »

Quelques exemples :

Situations rituelles déjà évoquées (présents, absents...)

Autres situations :

- la préparation du goûter : en associant quelques élèves (par groupes successifs), on peut facilement les amener à préparer le nombre de fruits, yaourts, bols, cuillères... suffisants pour chacune des tables de la classe ; la diversité des groupements d'élèves étant un facteur de complexité supplémentaire ;
- la préparation du matériel : pour des ateliers, pour la salle de jeu ... comme pour le goûter. L'enseignant peut facilement associer des élèves à la préparation, très souvent dévolue à l'ATSEM et ressentie comme une contrainte, voire une perte de temps ;
- la constitution de groupes, d'équipes pour certaines activités ;
- la réalisation et l'utilisation du « livre ou cahier des nombres de la classe » constitué au gré des expériences et mis à la disposition des enfants ; par exemple le nombre 5 est représenté par son symbole (5) mais aussi par des collections multiples (doigts, voitures, animaux, dominos...).

Ces exemples ne sont pas exhaustifs, de nombreuses activités permettent de vivre des situations de dénombrement à l'école maternelle. Il ne suffit pas cependant de les faire vivre aux enfants, il faut les repérer en tant que telles, les penser et les construire comme de véritables moments d'apprentissage.

Elles doivent être prévues, conçues, organisées matériellement et temporellement, tout en préservant leur caractéristique fonctionnelle sans laquelle elles deviendraient des exercices abstraits et sans signification.

5.2.3. Aborder les quantités

L'école maternelle permet de confronter l'enfant à des problèmes où les quantités sont utilisées. Ces situations recourent ou non aux nombres pour :

- comparer des quantités, les mémoriser ;
- réaliser une collection ayant autant, plus ou moins d'objets qu'une autre collection ;
- anticiper le résultat d'une action sur ces quantités ;
- communiquer des informations sur les quantités.

Pour réaliser ces tâches, l'école doit permettre à l'enfant d'utiliser différentes procédures : estimation perceptive et globale des quantités, correspondance terme à terme, quantification.

Quelques exemples :

Mettre le couvert. Dans le cadre d'un atelier, l'enseignant utilise le coin cuisine et propose les situations suivantes :

a) Dénombrer, constituer des collections identiques :

« Combien sommes-nous aujourd'hui dans l'atelier ? Bien, nous allons mettre le couvert, pouvez-vous préparer les assiettes, les fourchettes, les serviettes, les couteaux et les gobelets nécessaires ? »

(prévoir une corbeille, un carton, ou un plateau pour chaque groupe d'objets)... laisser les enfants chercher et constituer leurs collections.

« Avant de mettre le couvert, nous allons contrôler si nous disposons de tous les objets nécessaires. »

(on contrôle que dans chaque collection il y a bien le nombre d'objets nécessaires, puis on complète ou on enlève pour obtenir l'ensemble des ustensiles nécessaires : réflexion sur les équivalences, travail sur les correspondances, plus que, moins que, autant...)

« Mettons le couvert et installons-nous pour voir s'il ne nous manque vraiment rien. »

b) Dénombrer, estimer des collections, s'inscrire dans une relation logique :

Présenter sur un plateau X assiettes, X fourchettes, X verres....

(Présenter à chaque fois des collections identiques)

Question : « Combien y aura-t-il d'invités aujourd'hui ? »

c) Dénombrer, s'inscrire dans un raisonnement logique, utiliser les nombres pour résoudre une situation :

Présenter 6 assiettes, 4 verres, 6 couteaux, 4 fourchettes, 6 cuillères...

Questions : « J'invite 6 personnes (préparer 6 cartons), est-ce possible ? Y a-t-il assez d'objets pour mettre le couvert ? »

Prendre en compte toutes les réponses avant de poursuivre le questionnement.

« En manque-t-il ? Que manque-t-il ? Combien ? »

d) Dénombrer, s'inscrire dans un raisonnement logique, utiliser les nombres pour résoudre une situation, anticiper les résultats d'une action :

Préparer 6 couteaux, 5 verres, 5 serviettes, 6 fourchettes, 5 assiettes.

Question : « Pour combien de personnes pouvons nous mettre le couvert sans rien rajouter ? Chaque personne doit avoir un couvert complet : 1 couteau, 1 verre, 1 fourchette, 1 assiette. »

Quand la situation ne pose plus de problème en termes de raisonnement, il devient alors possible d'introduire des propositions numériquement plus complexes :

- 6 verres, 4 couteaux, 5 serviettes, 6 fourchettes, 4 assiettes.
- 6 verres, 4 couteaux, 5 serviettes, 3 fourchettes, 4 assiettes.

Ces activités doivent permettre aux enfants de trouver les stratégies appropriées à la résolution des problèmes rencontrés. Par la verbalisation, guidés par l'enseignant, ils s'approprient les procédures qu'ils ont utilisées. Ce type de situation est transférable à d'autres activités de classe (coins jeux ou autres).

6. SUPPORTS

6.1. Support individuel

NOM :

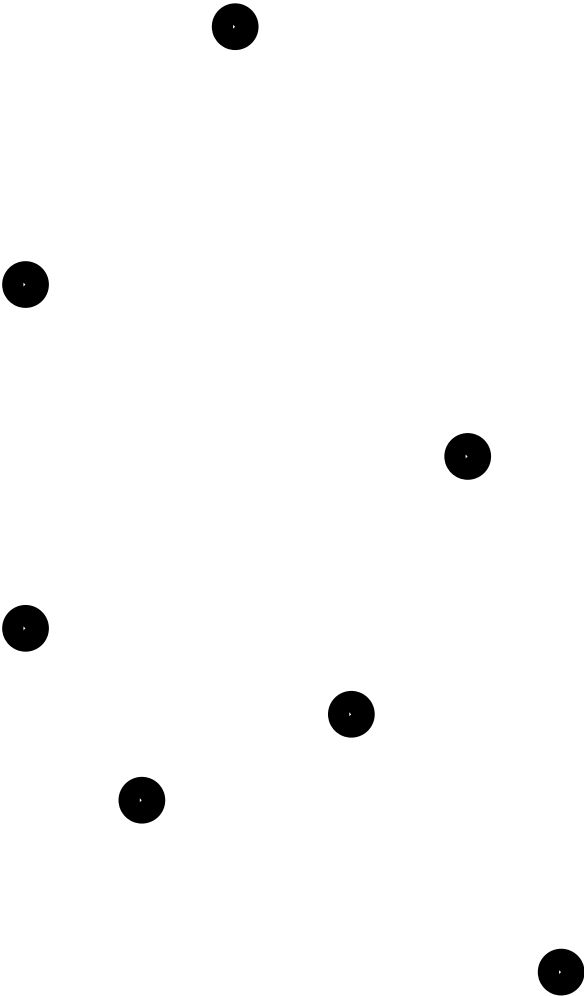
PRENOM :

DATE :/...../.....

Item A



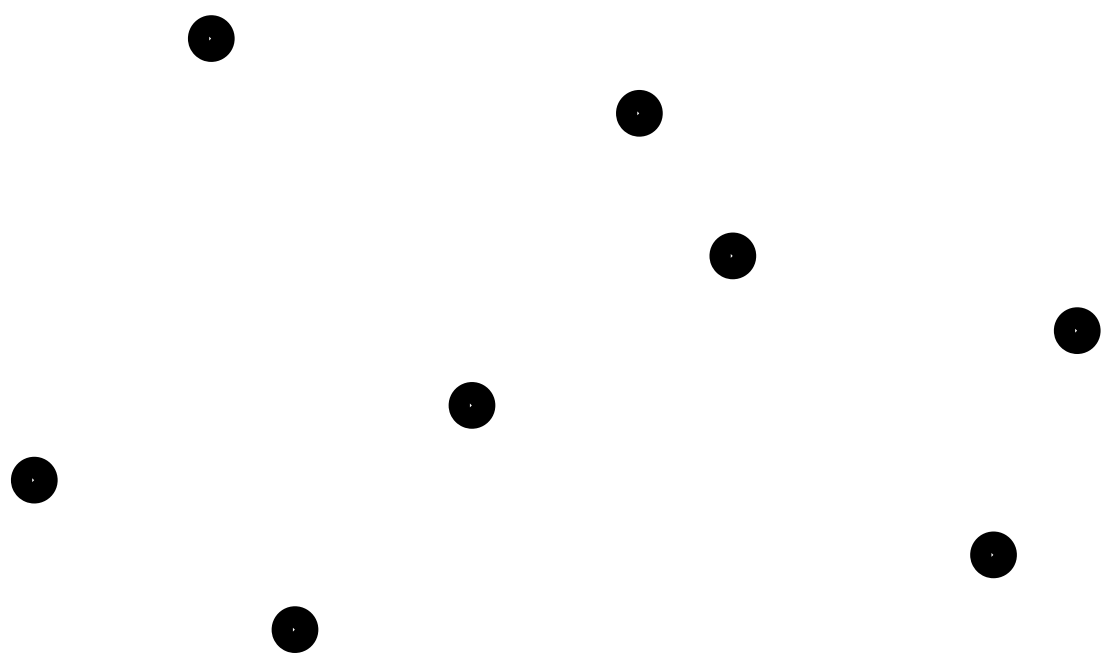
Item B



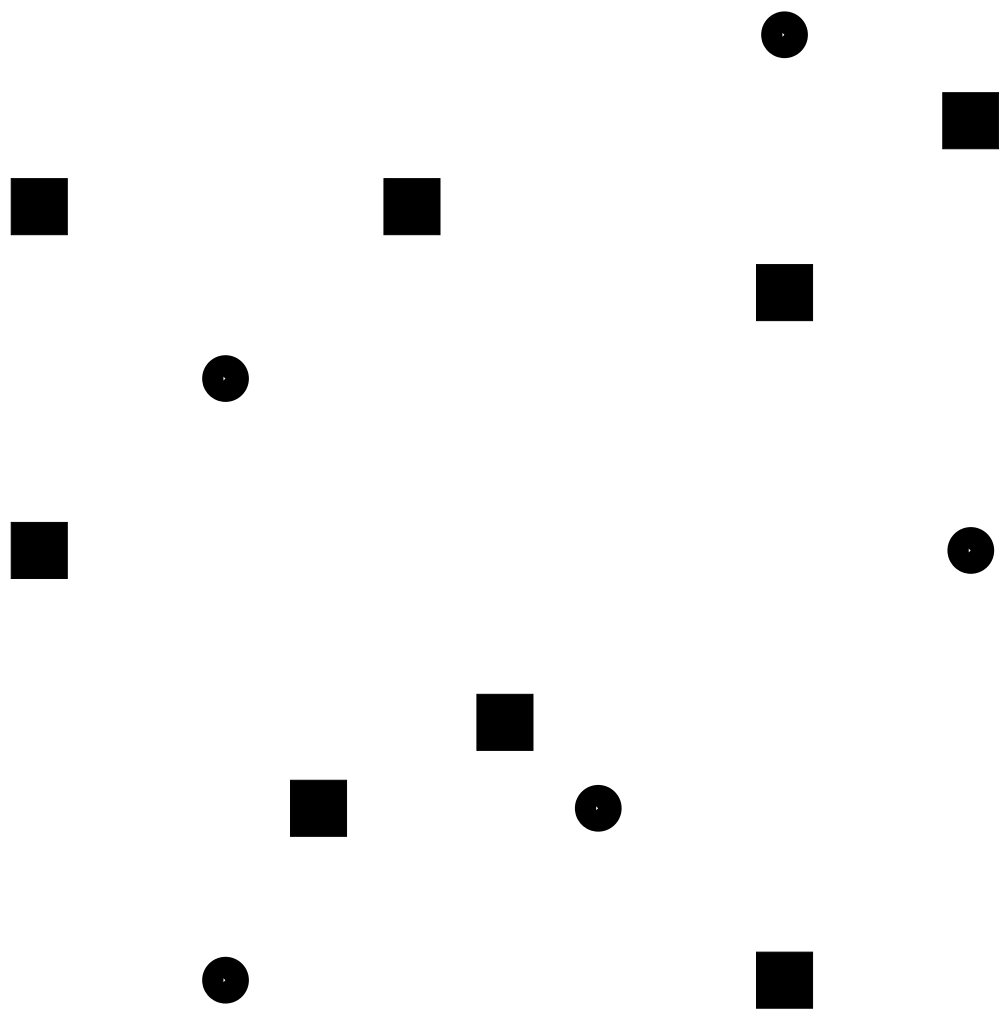
Item C



Item D



Item E



Nom et prénom de l'élève :

Niveau scolaire et classe :

Age de l'enfant à la date de l'observation (années + mois) :

Date de l'observation :

6.2. Synthèse individuelle des observations par élève

Trouver le cardinal de différentes collections

	Réponse correcte avec dénombrement apparent	Réponse correcte sans dénombrement apparent	Énoncé d'un nombre incorrect	Réponse par une suite numérique	Autres cas	Absence de réponse
Item A						
Item B						

	Pointage correct de chaque élément	Pointage correct mais avec une suite non conventionnelle	Un ou plusieurs éléments sont comptés plusieurs fois ou oubliés	Pointage sans coordination avec la comptine	Autres cas	Absence de réponse
Item C						
Item D						

	Réponse correcte	Totalité des éléments dénombrés	Carrés dénombrés	Autres cas	Absence de réponse
Item E					

Reproduire en autant d'exemplaires que d'élèves.